

Didaktický test 7

klíč na s. 122

★ Test byl sestaven tak, aby se podobal didaktickému testu použitému při jednotné přijímací zkoušce v roce 2018. Obsahuje celkem **16 úloh**; u každé z nich je uvedeno, kolik bodů je za ni možné maximálně získat. Celkové maximální bodové hodnocení testu je **50 bodů**.

Na vyřešení ostrých didaktických testů je dán časový limit **70 minut**. Při řešení úloh nejsou kromě **psacích a rýsovacích potřeb** povoleny žádné další pomůcky.

Odpovědi můžete zapisovat do **záznamového archu**, který je ke stažení na webových stránkách www.didaktis.cz. Pokyny pro vyplňování záznamového archu najdete na s. 8.

Upozorňujeme vás, že kopírování a rozšiřování kopií této knihy nebo jejích částí (a to i pro vzdělávací účely) bez svolení majitele práv je nezákonné a může být trestné.

- 1 Vypočítejte, kolikrát je rozdíl čísel 1,5 a $\frac{5}{6}$ menší než jejich podíl (v uvedeném pořadí). Výsledek vyjádřete desetinným číslem. /Operace s čísly, s. 12/ 1 bod
- $$(1,5 - \frac{5}{6}) : (\frac{1,5 \cdot 6}{6} - \frac{5}{6}) = (\frac{15}{10} - \frac{5}{6}) : (\frac{15}{10} - \frac{5}{6}) = (\frac{15}{10} - \frac{5}{6}) : (\frac{15}{10} - \frac{5}{6}) = \frac{18}{10} : \frac{45-25}{30} = \frac{18}{10} : \frac{20}{30} = \frac{18}{10} \cdot \frac{3}{2} = \frac{27}{10} = 2,7$$
- 2 Vypočítejte: /Operace s čísly, s. 12/ max. 2 body

2.1 $(2^2 - \sqrt{4})^2 \cdot (4 - \sqrt{25}) = (4 - 2)^2 \cdot (4 - 5) = 2^2 \cdot (-1) = 4 \cdot (-1) = -4$

2.2 $10^2 \cdot 0,9 + 150 : \sqrt{25^2 - 10000} : 25 = 100 \cdot 0,9 + 150 : \sqrt{625 - 400} = 90 + 150 : \sqrt{225} = 90 + 150 : 15 = 90 + 10 = 100$

- 3 Vypočítejte a výsledek запиšte zlomkem v základním tvaru, nebo celým číslem. /Operace s čísly, s. 12/ max. 4 body

3.1 $\frac{(\frac{2}{9} - \frac{5}{6}) \cdot \frac{3 \cdot 3^2}{(17-6)}}{1,5} = \frac{(\frac{4-15}{18}) \cdot \frac{27}{11}}{1,5} = \frac{-\frac{11}{18} \cdot \frac{27}{11}}{1,5} = \frac{-\frac{3}{2}}{1,5} = \frac{-\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}} = -1$

3.2 $(\frac{2}{7} + \frac{1}{4}) : (2,5 - \frac{2^2}{3}) = \frac{\frac{8+7}{28}}{\frac{25}{10} - \frac{4}{3}} = \frac{\frac{15}{28}}{\frac{75-40}{30}} = \frac{15}{28} : \frac{35}{30} = \frac{15}{28} \cdot \frac{30}{35} = \frac{15}{28} \cdot \frac{6}{7} = \frac{45}{98}$

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý postup řešení.

- 4 Zjednodušte: /Operace s algebraickými výrazy, s. 16/ max. 4 body
(Výsledný výraz nesmí obsahovat závorky.)

4.1 $x \cdot (x+1) \cdot (x-1) \cdot (x^2+1) + x = x(x^2-1)(x^2+1) + x = x(x^4-1) + x = x^5 - x + x = x^5$

4.2 $4x - [9x - (3x+1)^2] = 4x - [9x - (9x^2+6x+1)] = 4x - (9x - 9x^2 - 6x - 1) = 4x - 9x + 9x^2 + 6x + 1 = 9x^2 + x + 1$

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý postup řešení.

- 5 Řešte rovnici: /Lineární rovnice, s. 19/ max. 4 body

5.1 $(m+3) \cdot (m-3) = m \cdot (m-5) + 1$

5.2 $\frac{2}{5} \cdot (m-3) = \frac{2m}{3} + 4\frac{2}{3}$

$$\begin{aligned} m^2 - 9 &= m^2 - 5m + 1 \\ m^2 - m^2 + 5m &= 1 + 9 \\ 5m &= 10 \\ m &= 2 \end{aligned}$$

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý postup řešení (zkoušku nezapisujte).

$$\begin{aligned} 3 \cdot 2(m-3) &= 5 \cdot 2m + 5 \cdot 14 \\ 6m - 18 &= 10m + 70 \\ 6m - 10m &= 70 + 18 \\ -4m &= 88 \\ m &= -22 \end{aligned}$$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

Během kůrovcové kalamity byla v prvním roce vykácena polovina stromů rostoucí v lese.

Ve druhém roce byly vykáceny $\frac{2}{3}$ zbylých stromů.

Třetí rok bylo v tomto lese vysázeno 350 nových stromů,

čímž se počet stromů v lese zvýšil 2,4krát oproti stavu po druhém roce.

Jinak se v lese žádné další stromy nekácely ani nevysazovaly.

$$\begin{aligned} 1. \text{ rok} & \dots - \frac{1}{2}x \\ 2. \text{ rok} & \dots - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}x = \frac{1}{3}x \\ \text{zbylo} & \quad x - \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x = \frac{1}{6}x \end{aligned}$$

6 Původní počet stromů v lese před kalamitou označte x .

/Slovní úlohy, s. 21/ max. 4 body

6.1 V závislosti na veličině x vyjádřete zlomkem v základním tvaru, jaká část počtu stromů byla vykácena ve druhém roce.

$$\frac{1}{3}x$$

6.2 V závislosti na veličině x vyjádřete zlomkem v základním tvaru, jaká část počtu stromů zbyla v lese po druhém roce kácení.

$$\frac{1}{6}x$$

6.3 Vypočtěte, kolik stromů bylo v lese před kůrovcovou kalamitou.

$$\begin{aligned} \frac{1}{6}x \cdot 2,4 &= \frac{1}{6}x + 350 \quad | \cdot 6 \\ 2,4x &= x + 2100 \\ 1,4x &= 2100 \\ x &= 1500 \end{aligned}$$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Pan Hejsek vlastnil pozemek tvaru rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníku ABC o celkovém obsahu $11\,250 \text{ m}^2$.

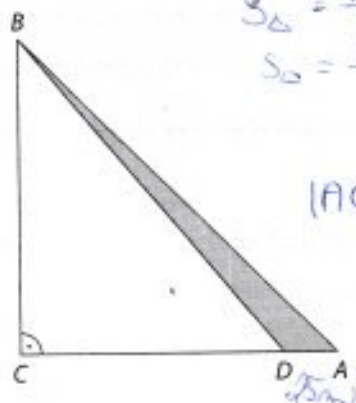
Část tohoto pozemku od pana Hejska odkoupila obec při stavbě nové silnice.

Na plánu s měřítkem $1 : 1\,000$ je úsečka AD dlouhá $2,5 \text{ cm}$.

Odkoupená část je ve tvaru šedě vybarveného trojúhelníku ABD.

$$\begin{aligned} \text{AD} \\ 1 : 1\,000 \\ 2,5 : 2\,500 \text{ cm} \\ \underline{25 \text{ mm}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \triangle ADB \\ S_1 &= \frac{25 \cdot 150}{2} \\ S_1 &= 1875 \text{ m}^2 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} S_{\triangle} &= \frac{a \cdot b}{2} \quad a=b \\ S_{\triangle} &= \frac{a^2}{2} \quad 11\,250 = \frac{a^2}{2} \\ a^2 &= 22\,500 \\ a &= 150 \text{ m} \\ |AC| &= |BC| = 150 \text{ m} \end{aligned}$$

7

/Pravoúhlý trojúhelník, s. 41/ max. 3 body

7.1 Vypočtěte v metrech skutečnou délku strany BC.

$$150 \text{ m}$$

7.2 Vypočtěte v m^2 skutečný obsah odkoupené části pozemku.

$$1875 \text{ m}^2$$

7.3 Určete, kolikrát je odkoupená část pozemku menší než původní pozemek.

$$6 \text{ krát}$$

$$11\,250 : 1875 = 6$$

8

/Převody jednotek, s. 34/ max. 3 body

8.1 Vypočtěte ve stupních a minutách polovinu třetiny úhlu o velikosti 146° .

$$24^\circ 20'$$

8.2 Vypočtěte v km, kolik je $38,5 \cdot 10^4 \text{ m}$.

$$= 385\,000 \text{ m} = 385 \text{ km}$$

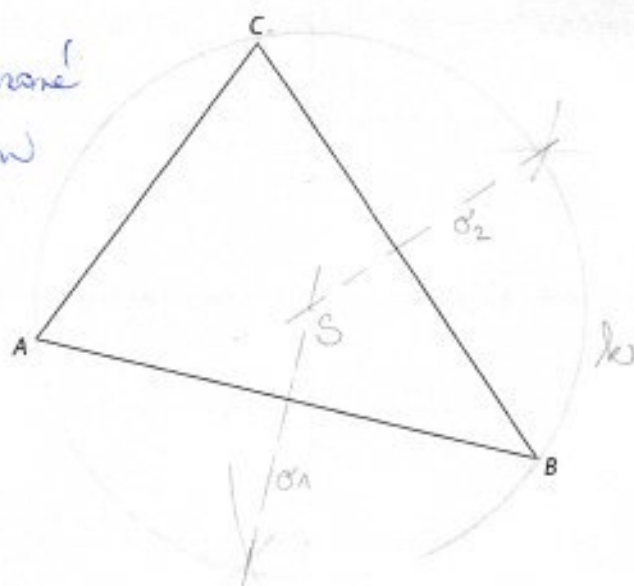
8.3 Vypočtěte v km/h, kolik je $7,5 \text{ m/s}$.

$$7,5 \cdot 3,6 = 27 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

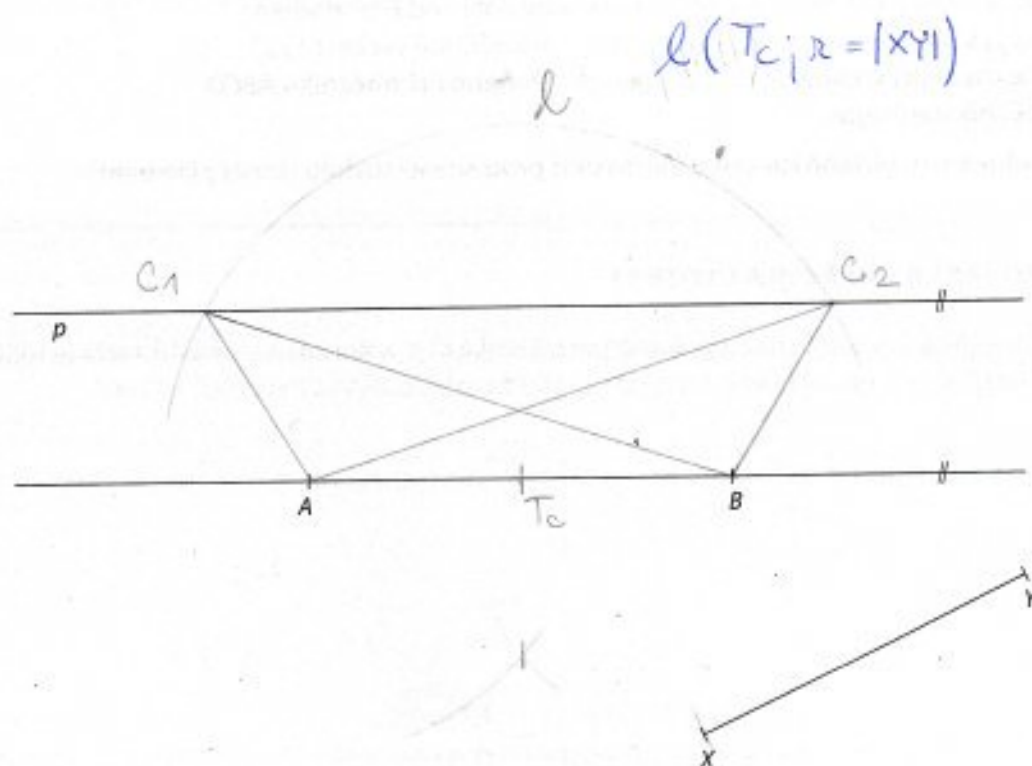
$$\begin{aligned} 146^\circ : 3 &\rightarrow 144^\circ : 3 = 48^\circ \\ 2^\circ 20' : 3 &= 40' \\ 48^\circ 40' : 2 &= 24^\circ 20' \end{aligned}$$

9.1 V rovině je dán trojúhelník ABC.

*Střed kružnice opsané
= průsečík os stran*



9.2 V rovině jsou dány dvě rovnoběžky AB, p a úsečka XY.



9

/Konstrukční úlohy, s. 36/ max. 3 body

9.1 Sestrojte kružnici $k(S; r)$ opsanou trojúhelníku ABC.

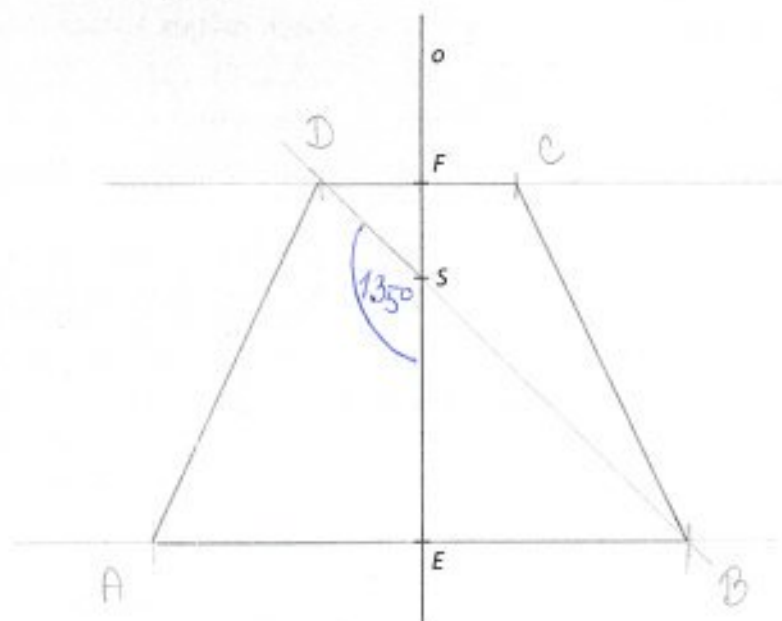
9.2 Sestrojte chybějící vrchol C trojúhelníku ABC, jehož střed S kružnice opsané leží na přímce p a velikost těžnice t_c na stranu AB odpovídá délce úsečky XY. Zobrazte všechna řešení.

V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci propisovací tužkou (čáry i písmena).

těžnice - úsečka spojující vrchol se středem protější strany

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

V rovině leží přímka o a na ní body E, F, S .



- 10** Přímka o je osou souměrnosti rovnoramenného lichoběžníku $ABCD$ se základnami AB a CD . Bod E je středem základny AB a bod F je středem základny CD . Bod S je průsečíkem úhlopříček. Úhel ESD má velikost 135° . Sestrojte chybějící vrcholy A, B, C, D rovnoramenného lichoběžníku $ABCD$ a lichoběžník narýsujte.

/Konstruktivní úlohy, s. 36/ max. 2 body

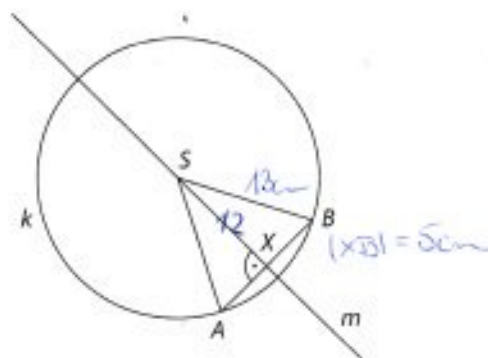
V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci propisovací tužkou (čáry i písmena).

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

V rovině leží kružnice k se středem S a poloměrem r . Přímka m je kolmá na úsečku AB , která je tětivou kružnice k . Obsah kruhu vymezeného kružnicí k je $169\pi \text{ cm}^2$. Úsečka SX má délku 12 cm.

$$\begin{aligned} S &= 169\pi \\ S &= \pi r^2 \\ 169\pi &= \pi \cdot r^2 \\ r^2 &= 169 \\ r &= 13 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= 2\pi r \\ C &= 2 \cdot \pi \cdot 13 \\ C &= 26\pi \text{ cm} \end{aligned}$$



- 11** Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (11.1–11.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

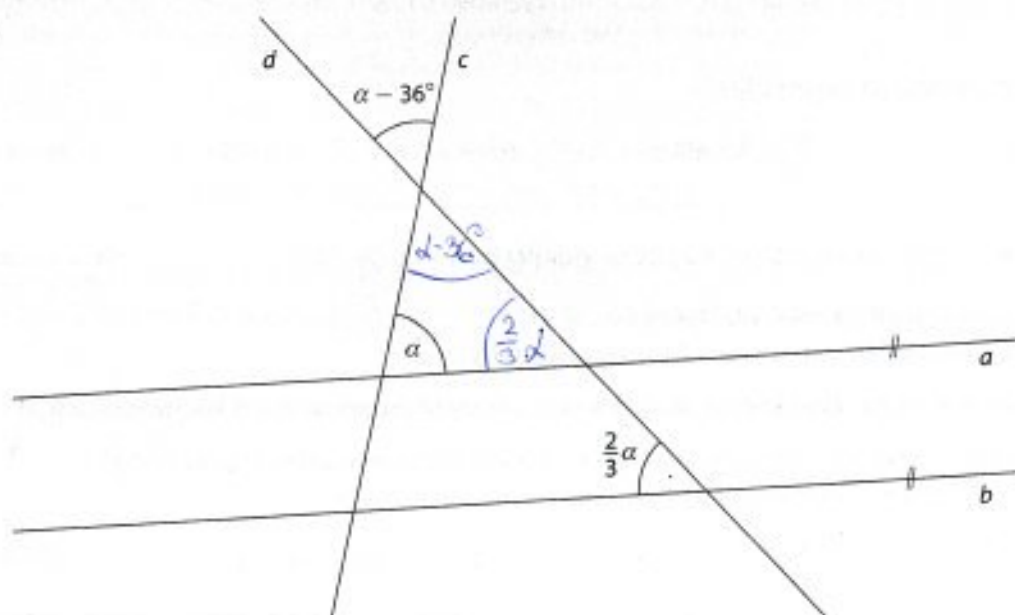
/Rovinné útvary, s. 49/ max. 4 body

- 11.1 Trojúhelník XBS má obsah právě 30 cm^2 . $S = \frac{12 \cdot 5}{2} = 30 \text{ cm}^2$
- 11.2 Délka kružnice k je právě $26\pi \text{ cm}$. 26π
- 11.3 Délka tětivy AB je právě 10 cm . $|AB| = 2 \cdot 5 = 10 \text{ cm}$

A	N
☒	☐
☒	☐
☒	☐

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 12

V rovině leží čtyři přímky a, b, c, d . Přímky a, b jsou rovnoběžky.



12 Jaká je velikost úhlu α ?

(Velikost úhlu neměřte, ale vypočítejte.)

A) 54°

B) 72°

C) 81°

D) 108°

E) žádná z uvedených

$$\begin{aligned} \alpha - 36^\circ + \alpha + \frac{2}{3}\alpha &= 180^\circ \\ 2\alpha + \frac{2}{3}\alpha &= 216^\circ \\ 6\alpha + 2\alpha &= 648^\circ \\ 8\alpha &= 648^\circ \\ \alpha &= 81^\circ \end{aligned}$$

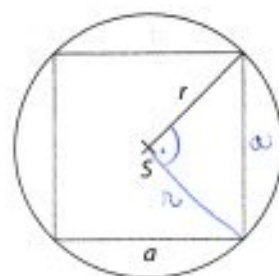
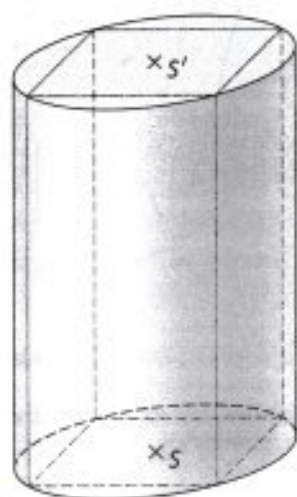
1. 3 8x=648 /úhly, s. 46/ 2 body

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZKY K ÚLOZE 13

Z dřevěného válce vysokého 1 m byl vyřezán stejně vysoký kvádř se čtvercovou podstavou tak, aby odpad byl co nejmenší.

Poloměr podstavy válce v metrech je označen r , délka podstavné hrany kvádru v metrech je označena a .

rotační
 $V_1 = \pi r^2 \cdot h$
 kvádru
 $V_2 = a^2 \cdot h$
 odpad
 $V = V_1 - V_2$
 $V = \pi r^2 \cdot 1 - a^2 \cdot 1$
 $V = \pi r^2 \cdot 1 - 2r^2 \cdot 1$
 $V = r^2 \cdot (\pi - 2)$



$$\begin{aligned} a^2 &= r^2 + r^2 \\ a^2 &= 2r^2 \end{aligned}$$

13 Jaký je objem odpadního materiálu?

/Tělesa, s. 53/ 2 body

A) $r^2 \pi m^3$

B) $r^2 \cdot (\pi - 1) m^3$

C) $r^2 \cdot (\pi - 2) m^3$

D) $(2r\pi - a^2) m^3$

E) žádný z uvedených

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

V 10.00 vychází Adam z domu do knihovny, kde má sraz s kamarádem. Půjde-li Adam rychlostí 5 km/h, přijde na sraz o tři minuty později. Půjde-li stejnou cestou rychlostí 6 km/h, přijde na sraz o čtyři minuty dříve.

14 Jakou vzdálenost má Adam ujít?

- A) menší než 3,5 km B) 3,5 km C) 4 km D) 4,5 km E) větší než 4,5 km

15 Přiřadte ke každé otázce (15.1–15.3) odpovídající hodnotu (A–F).

/Procenta, s. 26/ max. 6 bodů

15.1 Velikosti stran obdélníku jsou v poměru 13 : 12.

Kolik % obvodu obdélníku činí délka jeho kratší strany?

15.2 Kolikaprocentní roztok dostaneme, jestliže v 600 g vody rozpustíme 200 g kuchyňské soli?

15.3 Z 60 žáků 9. třídy mělo 60 % vyznamenání. Právě 75 % vyznamenaných tvořily dívky. Kolik dívek 9. třídy prospělo s vyznamenáním?

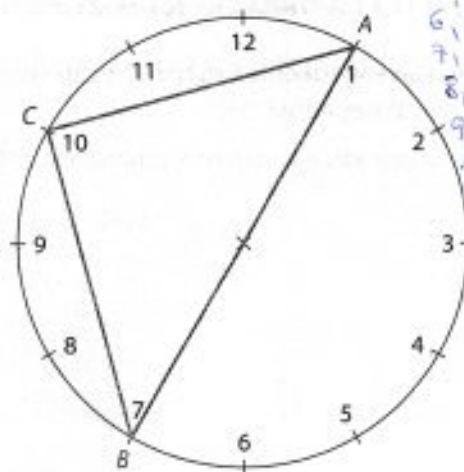
- A) méně než 24 B) 24 C) 25 D) 26 E) 27 F) více než 27

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZKY K ÚLOZE 16

V hodinovém ciferníku jsou označeny body čísly 1 až 12.

Tyto body mohou být zároveň vrcholy trojúhelníků.

Např. vrcholy rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníku ABC na obrázku leží v bodech označených čísly 1, 7, 10. Součet čísel ve vrcholech trojúhelníku ABC je 18.



16

/Nestandardní úlohy, s. 58/ max. 4 body

- 16.1 Určete, kolik rovnoramenných pravoúhlých trojúhelníků lze sestavit v hodinovém ciferníku tak, aby jejich vrcholy ležely pouze v bodech označených čísly 1 až 12.
- 16.2 Vypočítejte, jaký je nejvyšší a nejnížší možný součet čísel ve vrcholech rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníku, jehož vrcholy leží pouze v bodech označených čísly 1 až 12.
- 16.3 Určete, kolik různých pravoúhlých trojúhelníků lze sestavit v hodinovém ciferníku tak, aby jeden z vrcholů byl vždy v bodě označeném číslem 1 a další dva vrcholy pouze v bodech označených čísly 2 až 12.

Trojúhelníky jsou (nejde o všechny, vždy prochází středem ciferníku - Trojúhelník.)
 1,2,7 1,3,8 1,4,9 1,5,10 1,6,11 1,7,12 1,7,10 1,7,9 1,7,12
 1,2,8 1,3,9 1,4,10 1,5,11 1,6,12 1,7,8 1,7,11 $\Rightarrow 15$